

# Bremsstrahlung

Moacyr Vieira Botelho Junior

IFSC - USP

05.06.2018

- Introdução histórica / motivação

- Introdução histórica / motivação
- Carga pontual acelerada

- Introdução histórica / motivação
- Carga pontual acelerada
- Bremsstrahlung em colisões Coulombianas

- Introdução histórica / motivação
- Carga pontual acelerada
- Bremsstrahlung em colisões Coulombianas
- Íons e plasma quente

- Introdução histórica / motivação
- Carga pontual acelerada
- Bremsstrahlung em colisões Coulombianas
- Íons e plasma quente
- Conclusão

- Introdução histórica / motivação
- Carga pontual acelerada
- Bremsstrahlung em colisões Coulombianas
- Íons e plasma quente
- Conclusão

# Introdução

- Importância em nosso cotidiano
- Redes de celular, Internet, medicina, etc..



# Introdução

- Importância em nosso cotidiano
- Redes de celular, Internet, medicina, etc..
- Em 1895, Roëntgen observa emissão de raios-X em tubo de raios catódicos [1]
- Posteriormente o espectro contínuo de raios-X é interpretado como sendo bremsstrahlung

# Introdução

- Importância em nosso cotidiano
- Redes de celular, Internet, medicina, etc..
- Em 1895, Roëntgen observa emissão de raios-X em tubo de raios catódicos [1]
- Posteriormente o espectro contínuo de raios-X é interpretado como sendo bremsstrahlung

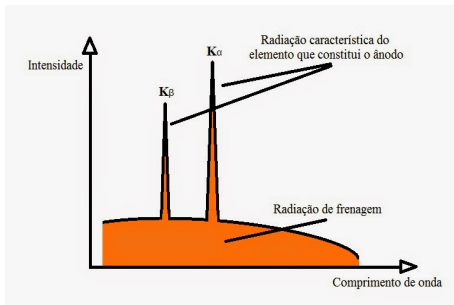


Figure: Créditos: [naciencias.blogspot.com](http://naciencias.blogspot.com)

# Carga Pontual acelerada

- Campos  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  e  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  são dados pelas equações de Jefimenko
- Potência radiada é [2]

$$\mathcal{P}_{rad} = \lim_{r \rightarrow \infty} \oint \mathbf{S} \cdot d\mathbf{a}$$

- Campos  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  e  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  são dados pelas equações de Jefimenko
- Potência radiada é [2]

$$\mathcal{P}_{rad} = \lim_{r \rightarrow \infty} \oint \mathbf{S} \cdot d\mathbf{a}$$

Equação clássica da potência irradiada por Bremsstrahlung

$$\mathcal{P}_{rad} = \frac{\mu_0 q^2 \gamma^6 a^2}{6\pi c}$$

- Utilizamos resultado proveniente do resultado para espalhamento Rutherford [3]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega'} = \left( \frac{2zZ e^2}{pv} \right)^2 \frac{1}{[2 \sin(\theta'/2)]^4}$$

- Utilizamos resultado proveniente do resultado para espalhamento Rutherford [3]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega'} = \left( \frac{2zZ e^2}{pv} \right)^2 \frac{1}{[2 \sin(\theta'/2)]^4}$$

- Definimos a *Seção de choque diferencial de radiação*

$$\frac{d^2\chi}{d\omega dQ} = \frac{dI(\omega, Q)}{d\omega} \frac{d\sigma_s}{dQ}(Q),$$

# Colisões Coulombianas

- Utilizamos resultado proveniente do resultado para espalhamento Rutherford [3]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega'} = \left( \frac{2zZ e^2}{pv} \right)^2 \frac{1}{[2 \sin(\theta'/2)]^4}$$

- Definimos a *Seção de choque diferencial de radiação*

$$\frac{d^2\chi}{d\omega dQ} = \frac{dI(\omega, Q)}{d\omega} \frac{d\sigma_s}{dQ}(Q),$$

## Equação para seção de choque de radiação em baixas frequências

$$\frac{d\chi}{d\omega} \approx \frac{16Z^2 e^2}{3c\beta^2} \left( \frac{z^2 e^2}{m_e c^2} \right)^2 \ln \left( \frac{Q_{max}}{Q_{min}} \right)$$

- Serão analisados dois regimes: clássico e não-relativístico

- $Q_{max}$  é determinado pela cinemática



# Colisões Coulombianas: Regime Clássico

- $Q_{max}$  é determinado pela cinemática
- $Q_{min}$  é determinado pelo tempo de colisão
- $Q \approx \frac{2zZe^2}{bv}$  e  $\tau \approx \frac{b}{v}$

# Colisões Coulombianas: Regime Clássico

- $Q_{max}$  é determinado pela cinemática
- $Q_{min}$  é determinado pelo tempo de colisão
- $Q \approx \frac{2zZe^2}{bv}$  e  $\tau \approx \frac{b}{v}$

$$\frac{d\chi_{clas}}{d\omega} \propto \frac{1}{\beta^2} \ln \left( \frac{\lambda m_e v^3}{zZe^2 \omega} \right)$$

- Parâmetro  $\eta$  define que a energia radiada pelo fóton é pequena

$$\eta = \frac{zZe^2}{\hbar v} > 1$$

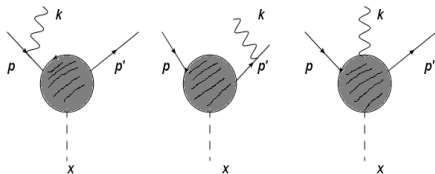
- Consequência  $\hbar\omega_{max} = \frac{1}{\eta} \frac{mv^2}{2}$

# Colisões Coulombianas: Regime não-relativístico

- $Q_{max}$  e  $Q_{min}$  são determinados pela cinemática do sistema
- Momento do fóton  $\mathbf{k}$  é bem menor que  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{p}'$
- Energia do fóton não pode ser negligenciada, como no caso clássico

# Colisões Coulombianas: Regime não-relativístico

- $Q_{max}$  e  $Q_{min}$  são determinados pela cinemática do sistema
- Momento do fóton  $k$  é bem menor que  $p$  e  $p'$
- Energia do fóton não pode ser negligenciada, como no caso clássico



**Figure:** Nos dois primeiros diagramas, há um fóton sendo emitido de uma linha externa do vértice e à direita o fóton é emitido do interior do vértice de espalhamento.

- A transferência de momento é dada por

$$\frac{Q_{max}}{Q_{min}} = \frac{p + p'}{p - p'} = \frac{(\sqrt{E} + \sqrt{E - \hbar\omega})^2}{\hbar\omega}$$

- A transferência de momento é dada por

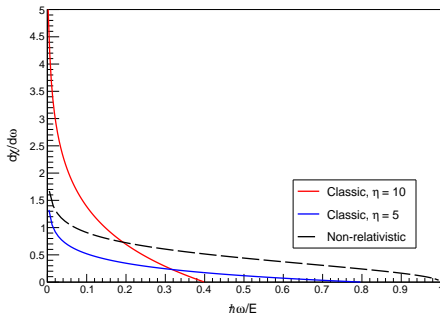
$$\frac{Q_{max}}{Q_{min}} = \frac{p + p'}{p - p'} = \frac{(\sqrt{E} + \sqrt{E - \hbar\omega})^2}{\hbar\omega}$$

- Com a seção de choque de radiação sendo

$$\frac{d\chi_{NR}}{d\omega} \propto \frac{1}{\beta^2} \ln \left( \frac{\lambda'(\sqrt{E} + \sqrt{E - \hbar\omega})^2}{\hbar\omega} \right)$$

- Podemos então comparar os regimes e fazer algumas afirmações

# Comparação entre os resultados



- Resultado não-relativístico correto de acordo com a mecânica quântica
- Seção de choque de radiação é suprimido pelo fator  $\eta$
- Diagramas de Born

- AGN e atmosferas estelares são ambientes com elevada temperatura e campo magnético intenso [4][5]
- Bremsstrahlung decorrente da colisão de elétrons com íons
- Possibilidade de construção de uma teoria clássica-não relativística para emissão de radiação



- AGN e atmosferas estelares são ambientes com elevada temperatura e campo magnético intenso [4][5]
- Bremsstrahlung decorrente da colisão de elétrons com íons
- Possibilidade de construção de uma teoria clássica-não relativística para emissão de radiação
- Considere um gás clássico de elétrons ( $c \gg v$ )

- A intensidade de bremsstrahlung radiada por um elétron desse plasma é dado pela equação geral de colisões Coulombianas
- a distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann é

$$N_e(v)dv = 4\pi N_e \left( \frac{m_e}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{m_e v^2}{2k_B T}} dv$$

- A intensidade de bremsstrahlung radiada por um elétron desse plasma é dado pela equação geral de colisões Coulombianas
- a distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann é

$$N_e(v)dv = 4\pi N_e \left( \frac{m_e}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{m_e v^2}{2k_B T}} dv$$

- Portanto, a emissão de radiação de um elétron desse plasma é

$$I(\omega) \approx \frac{Z^2 e^6 N N_e}{3\sqrt{3} c^3 m_e^2} \left( \frac{m_e}{k_B T} \right)^{1/2} g(\omega, T).$$

# Íons e plasma quente: o fator de Gaunt

- O fator de Gaunt define a região que pode haver emissão de bremsstrahlung

$$g(\omega, T) = \int_{\omega}^{\infty} \frac{1}{\omega'} f(\omega') \ln \left( \frac{b_{max}}{b_{min}} \right) d\omega'.$$

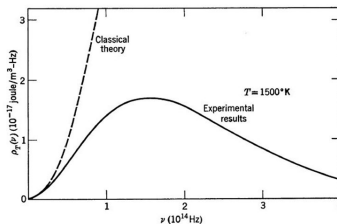
- A região de  $\omega$  pequeno pode ser interpretado como "região de Reyleigh-Jeans" associando  $\nu$  com a temperatura do plasma  $T$

# Íons e plasma quente: o fator de Gaunt

- O fator de Gaunt define a região que pode haver emissão de bremsstrahlung

$$g(\omega, T) = \int_{\omega}^{\infty} \frac{1}{\omega'} f(\omega') \ln \left( \frac{b_{max}}{b_{min}} \right) d\omega'.$$

- A região de  $\omega$  pequeno pode ser interpretado como "região de Reyleigh-Jeans" associando  $\nu$  com a temperatura do plasma  $T$
- A região de altas energias, apenas alguns elétrons terão energia suficiente para liberar um fóton de altíssima energia



- Foi mostrada a teoria do bremsstrahlung em colisões de Coulomb

- Foi mostrada a teoria do bremsstrahlung em colisões de Coulomb
- Foram analisados dois regimes para se calcular a seção de choque de radiação

- Foi mostrada a teoria do bremsstrahlung em colisões de Coulomb
- Foram analisados dois regimes para se calcular a seção de choque de radiação
- Foi mostrada a importância desses resultados em pesquisas feitas atualmente [6]



- Foi mostrada a teoria do bremsstrahlung em colisões de Coulomb
- Foram analisados dois regimes para se calcular a seção de choque de radiação
- Foi mostrada a importância desses resultados em pesquisas feitas atualmente [6]
- Análise da emissão bremsstrahlung em um plasma com íons

- 1 [www.if.ufrgs.br/tex/fis142/fismod/](http://www.if.ufrgs.br/tex/fis142/fismod/)
- 2 Courteille, Ph. W., *Aulas em física para pós-graduação Eletrodinâmica*, Instituto de Física de São Carlos-USP, 2018.
- 3 Jackson, J. D., *Classical Electrodynamics*, 2<sup>nd</sup> Edition. University of California, Berkeley, 1975.
- 4 [www.das.inpe.br/alex/Ensino/cursos/proc\\_radl/notas\\_de\\_aula\\_PR1.pdf](http://www.das.inpe.br/alex/Ensino/cursos/proc_radl/notas_de_aula_PR1.pdf)
- 5 [kestrel.nmt.edu/~lyoung/426/Chap4.pdf](http://kestrel.nmt.edu/~lyoung/426/Chap4.pdf)
- 6 C. L. Sarazin, *Phys. Plasmas* **10**, 1992 (2003) doi:10.1063/1.1556300 [astro-ph/0301178].